

ОБРАБОТКА ДАННЫХ ПРИ РАЗРЯДНО-ЛОГАРИФМИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Гамаюн В.П.

Институт кибернетики имени В.М. Глушкова НАНУ, г. Киев, Украина

Одной из основных тенденций развития современных средств вычислительной техники является применение нетрадиционных способов представления данных. Использование известных решений, обеспечивающих улучшение только одной из характеристик обработки информации на ЭВМ, например быстродействия, в ряде случаев является недостаточным. Поэтому в настоящее время актуальной является задача разработки новых способов представления, внедрение которых позволит обеспечить комплексное улучшение характеристик при создании средств высокопроизводительной обработки. В [1] предложен способ разрядно-логарифмического (РЛ) представления данных с подобными свойствами. Применение РЛ представления ориентировано прежде всего на разработку методов выполнения мультипликативных операций (с использованием умножения-возведения и деления-извлечения), но также может являться арифметико-логическим, арифметико-алгоритмическим базисом вычислений в ЭВМ.

Основные положения разрядно-логарифмического представления следующие [1]. Пусть A - двоичное число разрядностью n представлено в

$$A = \sum_i a_i p_i$$

формате с фиксированной запятой;

где $a_i = \{0, 1\}$, $p=2$ -основание системы счисления.

Каждый разряд a_i , не равный нулю ($a_i p^i \neq 0$), можно представить в виде номера позиции (разряда) N_i , в которой этот разряд находится. Таким образом, двоичное число A представимо набором номеров ненулевых разрядов:

$A \rightarrow A^N = \{N_1, N_2, \dots, N_i, \dots, N_n\}$, где N_i - номер ненулевого разряда ($a_i p^i \neq 0$).

Переход от двоичной формы представления A к форме, где каждый ненулевой разряд представим своим номером, определяется однозначно и реализуется без дополнительных функциональных преобразований - выполняется операция подстановки по каждому ненулевому разряду. Так как ненулевой разряд числа A представим номером этого разряда в позиционном коде и этот номер количественно равен логарифму от веса, определяемого этим разрядом, т.е. $N_i = i = \log_2 a_i p^i$, то такая форма представления числа A определена как разрядно-логарифмическая (РЛ) [1].

Двоичные числа $A = 1101000101$ и $B = 101101101$ в РЛ представлении имеют следующий вид: $A^N = 9.8.6.2.0.$ и $B^N = 8.6.5.3.2.0.$ Для обратного перехода в двоичное представление (двоичный код) следует применить операцию дешифрования.

Для изображения номера ненулевого N_i разряда требуется $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ двоичных разрядов ($\lceil \cdot \rceil$ наибольшее ближайшее целое), где n - разрядность операнда. В памяти ЭВМ n - разрядное число с количеством значащих (ненулевых) разрядов равным Q занимает объём равный $Q \cdot \lceil \log_2(n+1) \rceil$ бит. Необходимо отметить, что для представления операнда, не имеющего значащих разрядов (равного нулю), следует применять дескриптор, обозначающий равенство нулю данного операнда. Наиболее практически применима структура РЛ представления с указанием количества значащих единиц. Операнд A^N с $Q(A)$ значащими единицами записывается (для фиксированной запятой) как $\text{sign}A$, $Q(A)$, A^N и, так как для записи N_i необходимо $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ разрядов, занимает объём $Q \cdot \lceil \log_2(n+1) \rceil + \lceil \log_2(n+1) \rceil + 1$ бит. Моделирование информационных потоков при реализации разрядно-логарифмического представления данных в ЭВМ показывает, что реальные числа представимы в виде массива с количеством элементов от 5-7 до 15-20. Например операнд $A = +1011.0101$ представим как: $\text{sign} A$, $Q(A)$, $N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 \dots 0, 5, 3.1.0.-2.-4$.

Применение РЛ представления позволяет построить единую структуру для плавающей (ПЗ) и фиксированной запятой (ФЗ). Для ПЗ можно увеличить разрядность изображения каждого номера ненулевого разряда на один бит и добавить к каждому номеру значение порядка, если порядок выражается показателем степени двойки. Следовательно структура обобщенного представления для ПЗ и ФЗ имеет вид:

signA	Q	N_{1+p}	N_{2+p}	...	N_{i+p}	...	N_{n+p}
--------------	----------	-----------------------------	-----------------------------	------------	-----------------------------	------------	-----------------------------

где p - порядок.

Использование единой структуры для данных позволяет упростить организацию как аппаратных, так и программных средств. Определим диапазон изменения чисел в ЭВМ при использовании РЛ представления. Пусть $B_{\max}$, $B_{\min}$ - числа, соответствующие максимальным и минимальным значениям, n - длина разрядной сетки. Если коэффициент перекрытия диапазона S для двоичного представления определяется как $S = B_{\max}/B_{\min}$ [2], то для РЛ представления аналогично как $S_{\text{РЛ}} = B_{\max}^N/B_{\min}^N$. Мантисса двоичного операнда A с разрядностью n может быть использована для изображения номера позиции значащей единицы при РЛ представлении числа A . При разрядности n максимальное число (максимальный номер) определяется как $2^n - 1$ и учитывая,

$$B_{\max}^N = 2^{2^n} - 2^{-2(2^n-1)} \text{ и } B_{\min}^N = 2^{-2(2^n-1)}$$

что номер значащей единицы записывается со знаком, определим максимальное $B_{\max}^N$ и минимальное число $B_{\min}^N$ при РЛ представлении:

Коэффициент перекрытия диапазона $S_{\text{РЛ}}$ равен $S_{\text{РЛ}} = 2^{2^n-1} - 1$ что значительно больше, чем при разрядности равной n . Отметим, что при РЛ представлении увеличивается разрядность от n_2 до $n = 2(2^n - 1)$. В Таблице 1 приведены количества двоичных разрядов n_2 и разряды РЛ представления $n\text{РЛ}$, получаемые при кодировке в соответствующих n_2 , а также диапазоны изменения чисел D при разрядных сетках n .

Расширение диапазона изменения данных является основой для повышения точности вычислений в средствах ВТ. В отличие от традиционного представления чисел, РЛ коды позволяют сократить влияние фактора округления, так как наряду с наиболее значащими разрядами числа возможно сохранять наименее значащие разряды, которые обычно отбрасывались. Указанное свойство имеет важное практическое значение: например в цифровой обработке сигналов появляется возможность комплексной обработки сигналов с большими и малыми амплитудами.

Таблица 1.

n_2	7	8	9	10
n	254	510	1022	2046
D	$2^{-127} \leq x \leq 2^{+127}$	$2^{-127} \leq x \leq 2^{+127}$	$2^{-1022} \leq x \leq 2^{+1022}$	$2^{-1023} \leq x \leq 2^{+1023}$

Способ представления чисел определяет правила выполнения и алгоритмы выполняемых операций. Рассмотрим реализацию машинных операций в РЛ представлении.

Правила выполнения разрядных операций (N_i , N_k – ненулевые разряды операндов):

Сложение - $N_i + N_k = N_i$, N_k - если $N_i > N_k$;

$N_i + N_k = N_i + 1$, - если $N_i = N_k$;

Вычитание - $N_i - N_k = N_{i-1}, N_{i-2}, \dots, N_k$, если $N_i > N_k$,

$N_i - N_k = 0$, если $N_i = N_k$;

Умножение – $N_i * N_k = N_i + N_k$;

сдвиг числа на s разрядов - $(N_1, N_2, \dots, N_n) - (N_{1+s}, N_{2+s}, \dots, N_{n+s})$;

логическое И - $N_i N_k = 0$; если $N_i = N_k$, $N_i N_k = N_i$; если $N_i = N_k$;

логическое ИЛИ - $N_i \vee N_k = N_i$, если $N_i = N_k$; $N_i \vee N_k = 0$; если $N_i = N_k$.

Для организации обработки данных в РЛ представлении следует учитывать прежде всего равенство номера позиции ненулевого разряда логарифму от веса, определяемого этим разрядом. Такое представление, как указано выше в правилах выполнения умножения, позволяет свести мультипликативные операции к реализации операции сложения-вычитания. Произведение двух чисел при РЛ представлении реализуется как процедура поэлементного сложения двух векторов [3].

Следует отметить, что при РЛ представлении наиболее просто определяется позиция значащего разряда в вычислении сложного (по количеству операндов) мультипликативного выражения. Пусть $P = \prod X_j$, где $X_j = x_i * p_i$ - число в двоичной системе счисления. Для вычисления позиции разряда произведения $P_k = x_c^1 * x_l^2 * \dots * x_t^m$ (где $c, l, t = 1 - n$) следует выполнить сложение m кодов позиций разрядов, формирующих это частичное произведение: $NP_k = Nx_c^1 + Nx_l^2 + \dots + Nx_t^m$. Это свойство положено в основу реализации мультипликативных многооперандных операций [3].

Многооперандное умножение предполагает получение произведения в одном операционном цикле или, другими словами, при таком умножении включаются в обработку одновременно все операнды (сомножители) без

традиционного бинарного вычисления промежуточных результатов, которое реализуется на известных параллельных структурах.

В процессе вычисления произведения $P = \prod X_i$, когда каждый разряд перемножается с каждым, получаются комбинации разрядов сомножителей, которые можно упорядочить по определенному признаку. Таких признаков существует множество, однако следует учитывать те, которые позволяют уменьшить количество операций и упростить организацию вычислений [3,4].

Особо следует отметить реализацию операции сдвига на произвольное количество разрядов. В существующих ЭВМ такая операция трудно реализуема из-за ограниченных аппаратных ресурсов: в рассматриваемом разрядно-логарифмическом представлении сдвиг на k -разрядов выполняется увеличением на константу сдвига каждого ненулевого разряда операнда при сдвиге влево, и уменьшением на константу сдвига тех же разрядов операнда при сдвиге вправо. Данная операция (сдвига) отражает одно из основных свойств разрядно-логарифмического представления: реализация "пространственных" операций без осуществления аппаратного (пространственного) преобразования. Обработка позиционных кодов связана с пространственной реализацией разрядов. Для каждой позиции кода предполагается определенный физический слот, связанный с другими слотами каналами приема передачи, например каналами приема данных и переноса, а также передачи суммы и переноса в следующий разряд для узла сумматора. Известно, что при такой организации средств обработки имеется физический предел обеспечения техническими средствами, что и составляет существующее в ЭВМ противоречие между возможностями математического аппарата и операционной средой ЭВМ или вычислительной системы. Если соединить информационность разряда и его позиционное расположение, то возможно исключить традиционную физическую реализацию позиции разряда, применяемую в настоящее время, и уточним решение указанного противоречия. Таким образом, применяя РЛ структуры можно небольшими операционными средствами выполнять обработку достаточно больших разрядных полей, что при традиционном подходе было бы невозможно.

Результаты выполненных исследований доказывают перспективность применения разрядно-логарифмического представления данных для высокопроизводительной обработки. Свойство непозиционности при РЛ представлении может стать основой разработки высокоэффективных алгоритмов для параллельных структур. При реализации мультипликативных операций осуществляется замена умножения-деления сложением-вычитанием, что позволяет уменьшить аппаратные затраты в операционных структурах и упростить их организацию. Необходимо отметить, что положительным моментом также является то, что преобразование в РЛ представление в - из двоичного кода реализуется на уровне коротких операций.

1. Гамаюн В.П. Макрооператорные методы вычисления многоместных произведений // Микропроцессорные системы и их применение. - Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова АН УССР, 1990. - С.23-28.
2. Байков В.Д., Смолков В.Б. Специализированные процессоры: Итерационные алгоритмы и структуры. - М.: Радио и связь, 1985. - 288с.
3. Гамаюн В.П. Метод многооперандного умножения // УСиМ. - 1994 – № 4/5. - С.57- 61.

4. Гамаюн В.П. Метод параллельного вычисления степеней // УСиМ. - 1994. - N 1/2. - С.10 -13.