

МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМОУТВОРЕННЯ СКЛАДНИХ ПОВЕРХОНЬ У РЕЖИМІ НАДПЛАСТИЧНОСТІ.

Дєєв С.С.

м. Рівне, Україна

Процес формоутворення деталі при штамповці пружним середовищем у режимі надпластичності, що закріплена по просторовому контуру складної конфігурації та зазнає одностороннього тиску, залежить від форми контура закріплення та має однакові закономірності деформації для любого виду матеріалів.

На основі розроблених В.І.Мілінським положень та виходячи із встановлених Є.І.Ісаченковим залежностей була запропонована така геометрична модель формоутворення поверхні деталі, що закріплена по просторовому контуру складної конфігурації [1]:

- 1) при вільній штамповці гнучким середовищем поверхня заготовки, що закріплена по просторовому контуру складної конфігурації, має форму мінімальної поверхні (середня кривизна постійна та рівна нулю);
- 2) площа поверхні заготовки при даному об'ємі мінімальна;
- 3) траєкторії руху точок при деформації ортогональні до поверхні;
- 4) задачу побудови математичної моделі мінімальної поверхні, що проходить через просторовий замкнений контур складної конфігурації і ортогональних траєкторій руху точок, при штамповці зводимо до математичної моделі поверхні «зклеєної» згідно теорії зклеювання О.Д.Александрова із відсіків мінімальної поверхні;
- 5) у ролі зклеюваних відсіків ми будемо використовувати частину сферичного сегмента, що проходить через розрахункову точку деформуємої поверхні та складний просторовий контур. Через просторовий контур в повній геометричній моделі проходить множина зклеєних відсіків, які і утворюють розрахункову поверхню. Гладкість на стиках поверхні не впливає на точність моделі і допускає появу ребра на стику відсіка, що зклеюється.

Заготовку поверхні деталі віднесемо до деякої криволінійної ортогональної сітки. Деформацію заготовки можна змодельовати і оцінити як деформацію цієї сітки - розтяг довжин ліній з одночасним згином. Зміна довжин ліній на поверхні буде характеризувати зміну площ елементарних відсіків, на які розбиває поверхню деталі криволінійна координатна сітка. За зміною площі елементарного відсіка, виходячи із сталого об'єму матеріала, легко визначити зміни товщини заготовки при цій деформації.

Основою для опису процесу деформації є тензор деформації. Компоненти тензора враховують зміни довжин та кутів. Тензор деформації має просту геометричну інтерпретацію: якщо до деформації виділити в середовищі елементарну сферу з трьома довільними ортогональними рівними осями, то після деформації сфера перетвориться в трьохосний еліпсоїд.

Закон зміни товщини матеріалу легко визначиться для кожної точки зклеюваного відсіку, як відношення метричних тензорів криволінійної ортогональної системи координат, які виділяють елементарний відсік, до деформації $\cdot G_{22}^0$, $\cdot G_{22}^0$ та після деформації $\cdot G_{22}$, $\cdot G_{22}$:

$$\delta = \delta_0 \cdot \frac{\sqrt{G_{11}^0 \cdot G_{22}^0}}{\sqrt{\cdot G_{11} \cdot G_{22}}},$$

де δ_0 - товщина матеріалу заготовки.

Компоненти метричного тензора деформації:

$$\begin{aligned} X^1 &= X^1(U^1, U^2, t); \\ X^2 &= X^2(U^1, U^2, t); \\ X^3 &= U^2; \\ X^4 &= t; \end{aligned}$$

будуть описані слідуючими рівняннями:

$$\begin{aligned} G_{11} &= \frac{[(U_{rp}^1)^2 + t^2]^2}{4 \cdot U^1 [(U_{rp}^1)^3 + U_{rp}^1 \cdot t^2 + U^1 \cdot t^2]}; \\ G_{22} &= \frac{U^1 \cdot [(U_{rp}^1)^2 + t^2]^2}{U_{rp}^1} - \left(\frac{U^1 \cdot t}{U_{rp}^1} \right)^2. \end{aligned}$$

Для відображення процесу деформації застосовується криволінійне проектування, причому сітка залишається ортогональною в процесі всієї деформації і траєкторії переміщення точок ортогональні до поверхні завдяки прийнятій і безперервно змінній криволінійній системі координат, у якій одна з криволінійних осей для кожної точки співпадає з траєкторіями руху точок в момент t .

Для виразу оператора Лапласа в ортогональній криволінійній системі координат введемо криволінійні координати, де $-U^1$ і U^2 - ортогональна

криволінійна сітка на поверхні деформованого відсіку, а третя криволінійна координати співпадає з напрямком переміщення точки при деформації в момент часу t .

Отже, криволінійні координати можливо відобразити при допомозі співвідношень:

$$\begin{aligned} g_1 &= f_1(x, y, z); \\ g_2 &= f_2(x, y, z); \\ g_3 &= f_3(x, y, z), \end{aligned}$$

розв'язуючи які відносно декартової системи координат отримаємо:

$$\begin{aligned} X &= \varphi_1(g_1, g_2, g_3(t)); \\ Y &= \varphi_2(g_1, g_2, g_3(t)); \\ Z &= \varphi_3(g_1, g_2, g_3(t)). \end{aligned}$$

Виділимо три параметри координатних поверхонь для кожного відсіку

$$f_1(x, y, z) = C_1; \quad f_2(x, y, z) = C_2; \quad f_3(x, y, z) = C_3.$$

Умова ортогональності ребер у будь-який момент деформації в будь-якій точці відсіку, що деформується:

$$\frac{\partial \varphi_1 \cdot \partial \varphi_1}{\partial g_i \cdot \partial g_k} + \frac{\partial \varphi_2 \cdot \partial \varphi_2}{\partial g_i \cdot \partial g_k} + \frac{\partial \varphi_3 \cdot \partial \varphi_3}{\partial g_i \cdot \partial g_k} = 0 \quad ; (i=k);$$

Елемент довжини у нових координатах для елементарного відсіку поверхні, що деформується з урахуванням ортогональності

$$dS^2 = H_1^2 \cdot dg_1^2 + H_2^2 \cdot dg_2^2 + H_3^2 \cdot dg_3^2;$$

$$H_1^2 = \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial g_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial g_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_3}{\partial g_1} \right)^2;$$

$$H_2^2 = \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial g_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial g_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_3}{\partial g_2} \right)^2;$$

$$H_3^2 = \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial g_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial g_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_3}{\partial g_3} \right)^2.$$

Вздовж кожного з ребер елементарного об'єму змінюється тільки одна координата, причому координати залежать від часу (величини прогину) при деформації, відповідно, елементарний об'єм, який виділений трьома родинками координатних поверхонь і такий, що має точку для якої ми визначаємо зміну товщини заготовки при деформації, визначиться:

$$\Delta V = H_1 \cdot H_2 \cdot H_3 \cdot \partial g_1 \cdot \partial g_2 \cdot \partial g_3;$$

В процесі деформації відбудеться зміна площі елементарного відсіку в момент часу t (величина прогину поверхні, що деформується). Величина градієнта поля тиску при деформації у криволінійних координатах:

$$\operatorname{divgrad} P = \frac{1}{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3} \left[\frac{\partial}{\partial g_1} \left(\frac{H_2 \cdot H_3}{H_1} \cdot \frac{\partial P}{\partial g_1} \right) + \frac{\partial}{\partial g_2} \left(\frac{H_3 \cdot H_1}{H_2} \cdot \frac{\partial P}{\partial g_2} \right) + \frac{\partial}{\partial g_3} \left(\frac{H_2 \cdot H_1}{H_3} \cdot \frac{\partial P}{\partial g_3} \right) \right]$$

де векторне поле тиску P визначиться відомою формулою векторного аналізу.

В наступний момент деформації $t+1$ зміна тиску, визвана зміною площі елементарного відсіку, обмеженого криволінійними координатами U^1 та U^2 , площу якого визначить добуток метричних тензорів G_{11} , G_{22}

$$\operatorname{divgrad} P^0 = \frac{1}{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3} \left[\frac{\partial}{\partial g_1} \left(\frac{H_2 \cdot H_3}{H_1} \cdot \frac{\partial P^0}{\partial g_1} \right) + \frac{\partial}{\partial g_2} \left(\frac{H_3 \cdot H_1}{H_2} \cdot \frac{\partial P^0}{\partial g_2} \right) + \frac{\partial}{\partial g_3} \left(\frac{H_2 \cdot H_1}{H_3} \cdot \frac{\partial P^0}{\partial g_3} \right) \right]$$

Відношення

$$\delta = \delta_0 \cdot \left(\frac{\operatorname{divgrad} P}{\operatorname{divgrad} P^0} \right)$$

враховуючи постійність об'єму матеріала, буде характеризувати зміну товщини металу відсіку, що деформується, в розрахунковій точці.

Розрахунок на ЕОМ для складного просторового контура закріплення дає картину зміни товщини метала заготовки в довільній точці в залежності від величини деформації, дозволяє визначити критичні зони, зони розриву,

дозволяє проводити відладку технологічного процесу у режимі пошукового проектування.

1. Тевлин А.М., Деев С.С. Определение деформации пластины закрепленной по сложному контуру. - М.: МАИ в сб. Прикладная геометрия и машинная графика, 1981г., - с.43-46.
2. Мак-Коннел А.Дж. Введение в тензорный анализ. - М.: Физматгиз, 1963, с.411
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1977, - с.735.
4. Исаченков Е.И. Штамповка резины жидкостью. - М.: Машиностроение, 1967г.